

高校物理で分かる $E = mc^2$ の導き方
 ここでは、

光子 1 個が持つエネルギーを E とするとき、この光子がある原子（質量 M ）に吸収され
 全て質量に変わったときの質量の増分を m とすると、 $E = mc^2$ が成り立つ。

ことを示す。

必要となる予備知識

光の波長を λ 、振動数を ν とすると、光の速さは c だから、

$$c = \lambda\nu$$

が成り立つ。又光子のエネルギーを E 、プランク定数を h とすると、

$$E = h\nu$$

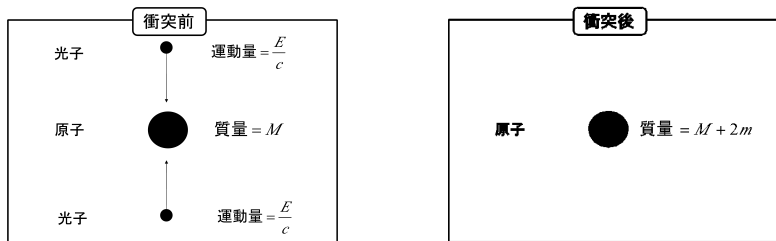
が成り立つ。さらに光子の運動量を P とすると、

$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{\lambda\nu} = \frac{E}{c}$$

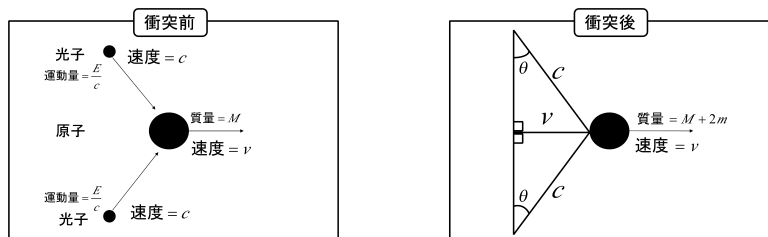
が成り立つ。

$E = mc^2$ の導出

静止しているある原子（質量 M ）の上下から垂直に同じエネルギー（ $= E$ ）の光子が衝突し吸収されたものとする。（注：原子が光子を吸収するという現象はありふれた現象です。）このときこの原子の質量の増分は光子 2 個分なので、光子 1 個分（エネルギー $= E$ ）に対応する質量の増分を m とすれば、 $2m$ となる。これを図にすると次のようになる。



さて、この衝突を速度 v で水平方向左向きに移動している系から眺めてみよう。(但し、 v は光速より充分小さいものとする。)



簡単の為、2つの光子は1秒後に衝突するものとして一般性を失わない。すると運動量保存則より、衝突の前後で、

	衝突前	=	衝突後
垂直方向の運動量	$\frac{E}{c} \cos\theta - \frac{E}{c} \cos\theta + M \cdot 0$	=	$(M + 2m) \cdot 0$
	(下方の光子)(上方の光子)(原子)		(原子)
水平方向の運動量	$\frac{E}{c} \sin\theta + \frac{E}{c} \sin\theta + Mv$	=	$(M + 2m)v$
	(下方の光子)(上方の光子)(原子)		(原子)

となる。ここで $\sin\theta = \frac{v}{c}$ だから、

$$2 \times \frac{E}{c} \cdot \frac{v}{c} + Mv = (M + 2m)v$$

より、

$$\frac{2Ev}{c^2} = 2mv$$

よって、 $E = mc^2$ が得られた。